

บทที่ 15 การแปรผัน

การแปรผันที่กล่าวถึงในระดับ ม.ต้น นี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 เรื่อง อันได้แก่ การแปรผันตรง การแปรผันแบบผกผัน และการแปรผันเกี่ยวเนื่อง

การแปรผันตรง

เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของ 2 ปริมาณ โดยถ้าปริมาณหนึ่งเพิ่มขึ้นหรือลดลง อีกปริมาณหนึ่งก็จะเพิ่มขึ้นและลดลงตาม

ให้ x และ y แทนปริมาณใด ๆ แปรผันโดยตรงกับ x เขียนสัญลักษณ์ได้ว่า $y \propto x$ สามารถเขียนรูปแบบสมการเพื่อแก้สมการหาค่าตัวแปรได้ว่า $y = kx$ เมื่อ k เท่ากับ ค่าคงที่

ตัวอย่างที่ 1 y แปรผันโดยตรงกับ x โดยที่ $x = 2, y = 4$ จงหาค่า y เมื่อ $x = 8$

วิธีทำ	$y \propto x$
	$y = kx$
	$x = 2$ และ $y = 4$
ดังนั้น	$4 = k \times 2$
	$\frac{4}{2} = k$
	$k = 2$
หาค่า y เมื่อ	$x = 8$
	$y = kx$
	$y = 2 \times 8 = 16$
ดังนั้น ค่า	$y = 16$

การแปรผันแบบผกผัน

เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของ 2 ปริมาณ โดยที่ถ้าปริมาณหนึ่งเพิ่มขึ้น อีกปริมาณจะลดลง และถ้าปริมาณหนึ่งลดลงอีกปริมาณหนึ่งก็จะเพิ่มขึ้น

ให้ x และ y แทนปริมาณใด ๆ y แปรผันแบบผกผันกับ x เขียนสัญลักษณ์ได้ว่า $y \propto \frac{1}{x}$ และสามารถเขียนใน

รูปแบบสมการเพื่อแก้สมการหาค่าของตัวแปรใด ๆ ได้ว่า $y = k \times \frac{1}{x}$

ตัวอย่างที่ 2 y แปรผัน แบบผกผันกับ x เมื่อ $y = 12, x = 5$

จงหาค่า	y เมื่อ $x = 15$
วิธีทำ	$y \propto \frac{1}{x}$
	$y = k \times \frac{1}{x}$
	$y = 12, x = 5$
	$12 = k \times \frac{1}{5}$
	$k = 12 \times 5 = 60$
หาค่า y เมื่อ	$x = 15$

บทที่ 15 การแปรผัน

$$y = k \times \frac{1}{x}$$

$$y = 60 \times \frac{1}{15} = 4$$

ดังนั้น

$$y = 4$$

การแปรผกผันเกี่ยวเนื่อง

เมื่อ x, y, z แทนปริมาณใด ๆ การแปรผันเกี่ยวเนื่องเป็นการแปรผันใน 2 ตัวแปรใด ๆ

1. ถ้า y แปรผันตรงกับ x และ z จะได้ $y \propto xz$ เขียนในรูปแบบสมการได้ว่า $y = kxz$

2. ถ้า y แปรผันตรงกับ x และแปรผกผันกับ z จะได้ $y \propto \frac{x}{z}$ เขียนในรูปแบบสมการได้ว่า $y = \frac{kx}{z}$

3. ถ้า y แปรผันแบบผกผันกับ x และ z จะได้ $y \propto \frac{1}{xz}$ เขียนในรูปแบบสมการได้ว่า $y = \frac{k}{xz}$

ตัวอย่างที่ 3 y แปรผันเกี่ยวเนื่องกับ x, z และ $\frac{1}{u}$ ถ้า $y = 6$ เมื่อ $x = 2, z = 3$ และ $u = 4$ จงหาค่าของ y

เมื่อ

$$x = 4, z = 3, u = 8$$

วิธีทำ

$$y \propto \frac{xz}{u}$$

$$y = \frac{kxz}{u}$$

$$y = 6, x = 2, z = 3, u = 4$$

$$6 = \frac{k \times 2 \times 3}{4}$$

$$6 \times 4 = k \times 2 \times 3$$

$$24 = k \times 6$$

$$k = \frac{24}{6} = 4$$

หาค่าของ

$$y \text{ เมื่อ } x = 4, z = 3, u = 8$$

$$y = \frac{kxz}{u}$$

$$y = \frac{4 \times 4 \times 3}{8}$$

$$y = \frac{48}{8} = 6$$

ดังนั้น

$$y = 6$$

ตัวอย่างที่ 4 y แปรผันโดยตรงกับกำลังสองของ x และแปรผกผันกับ z เมื่อ $y = 4, x = 2$ และ $z = 3$ จงหาค่าของ x เมื่อ $y = 3$ และ $z = 9$

วิธีทำ

$$y \propto \frac{x^2}{z}$$

$$y = \frac{kx^2}{z}$$



บทที่ 15 การแปรผัน

$$y = 4, x = 2, z = 3$$

$$4 = \frac{k(2)^2}{3}$$

$$4 \times 3 = k \times 4$$

$$12 = 4k$$

$$k = \frac{12}{4} = 3$$

หาค่า x เมื่อ $y = 3, z = 9$

$$y = \frac{kx^2}{z}$$

$$3 = \frac{3x^2}{9}$$

$$3 \times 9 = 3x^2$$

$$27 = 3x^2$$

$$\frac{27}{3} = x^2$$

$$9 = x^2$$

ดังนั้น $x = 3$

บทที่ 15 การแปรผัน

แบบฝึกหัด บทที่ 15

1. ถ้า $y = a + b$ เมื่อ a แปรผันตาม x และ b แปรผันตาม x ด้วย สมการของ y และ x ตรงกับข้อใด (กำหนดให้ $k, 1$ ค่าใดก็ได้เป็นค่าคงตัว)

1. $y = k(a + b)$

2. $y = kx + 1x$

3. $y = kx + x$

4. $y = k1(a + b)$

2. ให้ x แปรผันโดยตรงตาม y และ $x = 2, y = 1$ สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x, y คือข้อใด

1. $x^2y = 4$

2. $xy = 2$

3. $xy^2 = 2$

4. $x = 2y$

3. กำหนด $y = A + B$ เมื่อ A แปรผันตรงตาม x^2, B แปรผกผันกับ x ถ้า $x = 1, y = 5$ และ $x = 3, y = 19$ จงหาค่า y เมื่อ $x = -1$

1. -5

2. -1

3. 1

4. 5

4. x แปรผันโดยตรงกับกำลังสองของ y และแปรผกผันกับรากที่สองของ z เมื่อ y และ z มีค่าเป็น 2 เท่าของค่าเดิม ค่าของ x จะเป็นกี่เท่าของค่าเดิม

1. $\sqrt{2}$

2. 2

3. 4

4. $2\sqrt{2}$

5. ถ้าผลต่างของ y กับ 5 แปรผันตรงกับ x กราฟของสมการแปรผันข้างต้นมีลักษณะดังในข้อใด

1. ผ่านจุด $(0, 0)$

2. ผ่านจุด $(0, 5)$

3. ผ่านจุด $(0, -5)$

4. ผ่านจุด $(0, 5)$

k) เมื่อ k คือค่าคงตัวแปรผัน

6. ถ้าส่วนหนึ่งของ y แปรผันโดยตรงกับ x^2 และอีกส่วนหนึ่งเป็นค่าคงตัว กราฟของสมการแปรผันนี้มีลักษณะอย่างไร

1. เป็นเส้นตรง

2. เป็นวงกลม

3. เป็นพาราโบลา

4. เป็นเส้นโค้งที่ไม่ใช่วงกลม และพาราโบลา

7. ถ้า y แปรผันโดยตรงกับ x และผกผันกับ z กำหนด $x = 6, y = 1, z = 2$ จงหาค่า y เมื่อ $x = 18, z = 2$

1. 2

2. 3

3. 4

4. 5

8. y แปรผันเกี่ยวเนื่องกับ x และ z แปรผกผันกับ m ถ้า $x = 5, y = 20, z = 2, m = 1$ จงหาค่า y เมื่อ

$x = 10, z = 3, m = 12$

1. 2

2. 3

3. 4

4. 5

9. x แปรผันโดยตรงตาม y และแปรผกผันกับ z ถ้า $3x = 1, 7y = 3, 7z = 18$ จงหาค่า y เมื่อ $x = \sqrt{8}, z = \sqrt{18}$

1. 6

2. 12

3.

$\sqrt{2}$

4.

$6\sqrt{2}$

10. ถ้า y เป็นผลบวกของจำนวน 2 จำนวน จำนวนหนึ่งคงตัวอีกจำนวนหนึ่งแปรผันโดยตรงกับ x ถ้า $y = -2$ เมื่อ

$x = \frac{1}{2}, y = 43$ เมื่อ $x = y$ จงหาค่า y มีค่าเท่าใดเมื่อ $x = 2$

1. 17

2. 7

3. $-\frac{7}{17}$

4. 47